Analysis

1. Bestimmen Sie a) $\lim\limits_{x\to\pm\infty} \frac{ax^2+2ax+4}{x-2}$ b) $\lim\limits_{h\to 0} \frac{(x_0+h)^2-2(x_0+h)-x_0^2+2x_0}{h}$!
2. Überprüfen Sie $f(x)=\frac{x}{x(x+1)}$ auf Polstellen!
3. Bestimmen Sie die Gleichung der Tangenten an $f(x)=-4x^2+2x+1$ im Punkt $P(-1;f(-1))$! Geben Sie **eine** Normale zu der Tangente an!
4. Bilden Sie die erste Ableitung von a) $f(x)=\frac{2x^3-5x+2}{(x-1)^2}$ b) $f(x)=(x+k)\cdot e^{-2kx^2}$!
5. Bestimmen Sie die Lösungen der angegebenen Gleichungen!

   a) $x^3-10ax^2+16a^2x=0$ b) $1-\ln\left[\left(x+2\right)^2\right]=0$
6. Lösen Sie die angegebenen unbestimmten Integrale!

   a) $\int \frac{x^2-a}{x}\,dx$ b) $\int e^{2kx-3}\,dx$
7. Lösen Sie $\int_2^k (-2x+5)\,dx=0$!

Analytische Geometrie

8. Bestimmen Sie den Schnittpunkt der Geraden!

   $g:\vec{x}=\begin{pmatrix}-1\\0\\2\end{pmatrix}+t\cdot\begin{pmatrix}2\\2\\2\end{pmatrix};t\in R$ $h:\vec{x}=\begin{pmatrix}0\\2\\5\end{pmatrix}+t\cdot\begin{pmatrix}1\\0\\-1\end{pmatrix};t\in R$
9. Bestimmen Sie die Schnittgerade der beiden Ebenen!

   $E_1(A,B,C):A(1;1;0),B(0;1;2),C(2;0;0)$ $E_2=x-2y+3z=-1$
10. Bestimmen Sie die Gleichung einer Normalen zu E durch P sowie den Abstand von P zu E!

    P(4; -2;-2) $E:\vec{x}=\begin{pmatrix}-1\\0\\0\end{pmatrix}+r\cdot\begin{pmatrix}1\\0\\-1\end{pmatrix}+s\cdot\begin{pmatrix}0\\2\\2\end{pmatrix};r,s\in R$
11. Unter welchem Winkel schneiden sich die Geraden!

    $g:y=-\frac{3}{4}x+2$ $h:\vec{x}=\begin{pmatrix}-1\\5\end{pmatrix}+t\cdot\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix};t\in R$

Stochastik

12. Aus einer Urne mit zwei weißen und drei roten Kugeln werden nacheinander drei Kugeln ohne zurücklegen. Ermitteln Sie mithilfe eines Baumdiagramms die Verteilungsfunktion für die Zufallsgröße X=„Anzahl der roten Kugeln“!

13. Eine Sortieranlage arbeitet mit einer Zuverlässigkeit von 90%.Berechnen Sie mithilfe der Standardnormalverteilung die Wahrscheinlichkeit dafür, dass in einer Stichprobe von 250 Objekten genau 20 bzw. mehr als 20 falsch einsortierte Objekte befinden!

Lösungen

1. a) $ax+4a$ b) $2x_0-2$
2. $x_p=-1$, Lücke bei x = 0
3. $y_t=10x+5$, $y_n=-\frac{1}{10}x$
4. a) $f'(x)=\frac{2x^3-6x^2+5x+1}{(x-1)^3}$ b) $f'(x)=e^{-2kx^2}\cdot\left(1-4kx^2-4k^2x\right)$
5. a) $x_1=0$, $x_2=8a$, $x_3=2a$ b) $x_1=-2+\sqrt{e}$ $x_1=-2-\sqrt{e}$
6. a) $\int\frac{x^2-a}{x}dx=\frac{1}{2}x^2-a\cdot\ln|x|+C$ b) $\int e^{2kx-3}dx=\frac{1}{2k}e^{2kx-3}+C$
7. $k_1=3$, $k_2=2$
8. S(1;2;4)
9. $g:\vec{x}=\begin{pmatrix}1\\1\\0\end{pmatrix}+t\cdot\begin{pmatrix}-8\\5\\6\end{pmatrix};t\in R$
10. $E:x-y+z=-1;n:\vec{x}=\begin{pmatrix}4\\-2\\-2\end{pmatrix}+t\cdot\begin{pmatrix}1\\-1\\1\end{pmatrix};t\in R$ $d(E;P=\frac{5}{\sqrt{3}}$
11. $\alpha=79{,}7°$
12. $P(X=k)=\begin{Bmatrix}1 & 2 & 3\\ \frac{3}{10} & \frac{6}{10} & \frac{1}{10}\end{Bmatrix}$
13. P(X = 20) = 4,8 % P(X > 20) = 82,9%