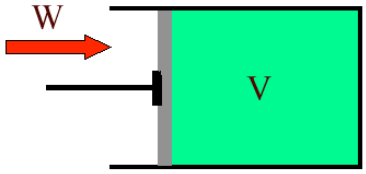
Volumenarbeit bei isothermer Kompression

Berechnung der Volumenarbeit durch Integration

In einem Kolben mit einem Volumen von 1 dm^3 befindet sich ein Gas unter Normaldruck. Man bestimme die Arbeit die notwendig ist, um das Gas auf die Hälfte seines Volumens zu komprimieren!



BOYLEsches Gesetz

$$p_1 \cdot V_1 = p_2 \cdot V_2$$

$$p_1 = 101,3\,kPa,\ V_1 = 1\,dm^3,\ p_2 \text{ und } V_2 \text{ variabel}$$

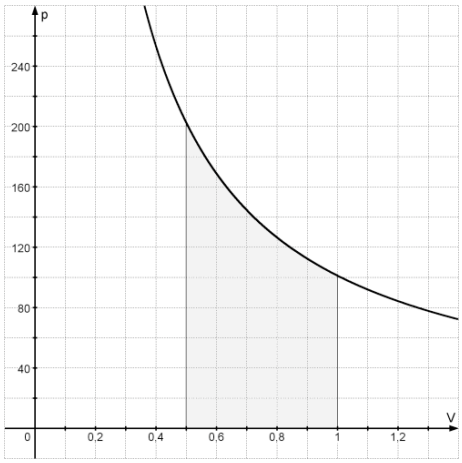
$$[p \cdot V] = 1\,Pa \cdot m^3$$

$$= 1\,N \cdot m^{-2} \cdot m^3$$

$$= 1\,Nm\,(= 1\,J)$$

$$p \cdot V = 101,3\,J \Rightarrow p(V) = 101,3\,J \cdot \frac{1}{V}$$

V/dm³	p/kPa
1,0	101,3
0,9	102,6
0,8	126,6
0,7	144,7
0,6	168,8
0,5	202,6



$$W = -\int_{V_1}^{V_2} p\,dV$$

$$W = -p_1 \cdot V_1 \cdot \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right)$$

$$= 101,3\,J \cdot \ln 2$$

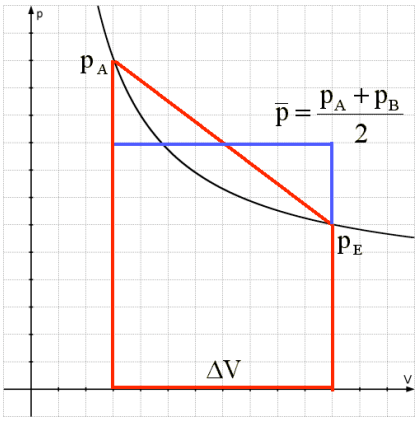
$$= 70,2\,J$$

Numerische Näherungsmethode (Trapezmethode): Annahme, dass sich p im Intervall ΔV linear ändert (ist im Rahmen der Messgenauigkeit oft ausreichend)

$$\Delta V = \frac{V_2 - V_1}{n}$$

$$W_i = \bar{p}_i \cdot \Delta V \Rightarrow W_n \approx \sum_{i=1}^{n} \bar{p}_i \cdot \Delta V$$

$$\Delta V \to 0 \Rightarrow W = \lim_{n \to \infty} \sum_{i=1}^{n} \bar{p}_i \cdot \Delta V$$



Beispielrechnung für $\Delta V = 0,1\,dm^3$

$\Delta V / dm^3$ (Δx)	1,0 – 0,9	0,9 – 0,8	0,8 – 0,7	0,7 – 0,6	0,6 – 0,5
$\bar{p}_i / kPa$ $(\bar{f})$	106,95	119,6	135,65	156,75	185,7
$W_i = \bar{p}_i \cdot \Delta V / J$ $(A_i = \bar{f}_i \cdot \Delta x)$	10,695	11,96	13,565	15,675	18,57

Näherung: 70,5 J **Exakt: 70,2 J** **Abweichung: 0,4%**