Der osmotische Druck – Osmose

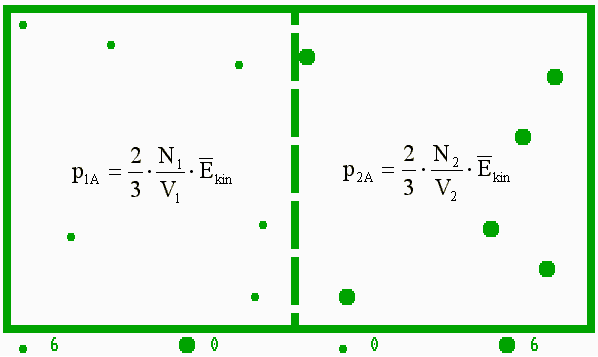
Osmose: Konzentrationsausgleich zwischen Gasen und in Lösungen infolge der Diffusion durch eine semipermeable (halbdurchlässige) Membran

Folge: osmotischer Überdruck

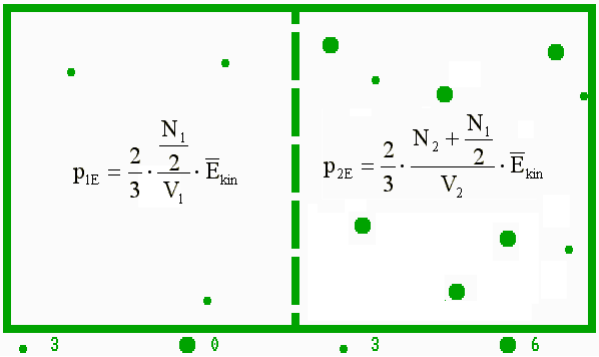
Beispiel: Platzen einer Kirsche nach dem Regen

Herleitung der Gleichung (für das ideale Gas)

Ausgangszustand: 2 Teilsysteme N_1, V_1 und N_2, V_2 mit gleicher Temperatur, Systeme sind semipermeable Membran voneinander getrennt (Bild1)



(Bild1)



(Bild 2)

Durch das Wirken des **Gesetzes der räumlichen Verteilung der Teilchen des idealen Gases** diffundieren die kleineren Teilchen nach V_2, die Membran verhindert das Diffundieren der großen Teilchen nach V_1, es stellt sich eine räumliche Gleichverteilung der kleineren Teilchen im Gesamtvolumen ein (Bild2).

Aus der Grundgleichung der kinetischen Gastheorie $p = \frac{2}{3} \cdot \frac{N}{V} \cdot \overline{E}_{kin}$ folgt für $V, \overline{E}_{kin} = \text{konstant}$, dass $p \sim N$, somit muss in V_2 der Druck steigen. Es entsteht ein (osmotischer) Überdruck.
In Bild 1 und Bild 2 der jeweilige Anfangs- und Endwert des Druckes in den Teilsystemen angegeben. Somit folgt für den Überdruck Δp in V_2 folgende Gleichung.

$$\Delta p = p_{2E} - p_{2A}$$

$$= \frac{2}{3} \cdot \frac{N_2 + \frac{N_1}{2}}{V_2} \cdot \overline{E}_{kin} - \frac{2}{3} \cdot \frac{N_2}{V_2} \cdot \overline{E}_{kin}$$

$$= \frac{1}{3} \cdot \frac{N_1}{V_2} \cdot \overline{E}_{kin}$$

Geht man zu den makroskopischen Größen über, so erhält man für das **einatomige ideale Gas** die folgende Gleichung.

$$\Delta p = \frac{1}{3} \cdot \frac{N_1}{V_2} \cdot \frac{3}{2} \cdot k \cdot T \qquad \overline{E}_{kin} = \frac{3}{2} k \cdot T$$

$$\underline{\underline{\Delta p = \frac{1}{2} \frac{n_1 \cdot R_0 \cdot T}{V_2}}} \qquad N = n \cdot N_A \quad N_A \cdot k = R_0$$

Der osmotische Überdruck Δp wird auch mit p_{osm} bezeichnet.

Osmotischer Druck in Lösungen

In einer Lösung (Salze in Wasser) ergibt sich für den osmotischen Druck die folgende Gleichung.

$$p_{osm} = n_L \cdot \frac{R_0 \cdot T}{V_{LM}}$$

Hierbei ist n_L die gelöste Stoffmenge (Salz) und V_{LM} das Volumen des Lösungsmittels (Wasser). Der osmotische Druck entspricht dabei dem Druck, den die gelöste Substanz als Gas im Volumen des Lösungsmittels ausüben würde.

Modellrechnung

Eine Kirsche platzt, wenn in ihren Zellen der Druck auf 150 kPa ansteigt. Wie viel Wassermoleküle müssen in die Kirsche diffundieren, damit die Kirsche platzt? Welcher Wassermenge (Stoffmenge, Masse, Volumen) entspricht dies?

Annahmen: $\vartheta = 20°C$

$r = 1\,cm$ (Kugel) $\Rightarrow V = 4{,}2\,cm^3 \left(= \frac{4}{3}\pi \cdot r^3 \right)$

$p_0 = 100\,kPa \Rightarrow p_{osm} = 50\,kPa$

Lösung:

$$p_{osm} = n_L \cdot \frac{R_0 \cdot T}{V_{LM}}$$

$$n_L = \frac{p_{osm} \cdot V_{LM}}{R_0 \cdot T}$$

$$= \frac{50 \cdot 10^3\,Pa \cdot 4{,}2 \cdot 10^{-6}\,m^3}{8{,}314\,J \cdot mol^{-1} \cdot K^{-1} \cdot 293K}$$

$$\underline{\underline{= 8{,}62 \cdot 10^{-5}\,mol}}$$

$$[n] = 1\frac{Pa \cdot m^3}{J \cdot mol^{-1} \cdot K^{-1} \cdot K}$$

$$= 1\frac{N \cdot m^{-2} \cdot m^3}{N \cdot m \cdot mol^{-1} \cdot K^{-1} \cdot K}$$

$$= 1\,mol$$

$$N = n \cdot N_A$$

$$= 8{,}62 \cdot 10^{-5}\,mol \cdot 6{,}022 \cdot 10^{23}\,mol^{-1}$$

$$\underline{\underline{= 5{,}19 \cdot 10^{19}}}$$

$$m = n \cdot M$$

$$= 8{,}62 \cdot 10^{-5}\,mol \cdot 0{,}01\,kg \cdot mol^{-1}$$

$$\underline{\underline{= 8{,}62 \cdot 10^{-7}\,kg \quad (= 862\,\mu g)}}$$

$$\rho = \frac{m}{V}$$

$$V = \frac{m}{\rho}$$

$$= \frac{8{,}62 \cdot 10^{-7}\,kg}{1000\,kg \cdot m^{-3}}$$

$$\underline{\underline{= 8{,}62 \cdot 10^{-10}\,m^3 \quad (= 862\,nl)}}$$